

La notion de proposition — suite

- “ $2+2=5$ ” *exprime* une proposition (fausse).
- “La neige est blanche” et “Snow is white” *expriment* la même proposition (vraie).
- “La neige est blanche” *exprime* une proposition **élémentaire**.
- “La neige n’est pas rouge” *exprime* la **négation** d’une proposition élémentaire.
- “La neige est blanche et le ciel est bleu” *exprime* la **conjonction** de 2 propositions élémentaires.
- “Marie veut de la glace ou un cookie” *exprime* la **disjonction** de 2 propositions élémentaires.
- “Si Marie veut de la glace elle n’aura pas de cookie” *exprime* l’**implication** entre 2 propositions élémentaires.
- “Marie aura de la glace si et seulement si elle arrête de pleurer” *exprime* l’**équivalence** de 2 propositions élémentaires.

Théorie vériconditionnelle vs théorie inférentielle

Théorie vériconditionnelle de la signification

- contenu d'une assertion = ensemble de ses conditions de vérité
- l'ensemble des conditions à réaliser pour qu'elle soit vraie.

Théorie vériconditionnelle vs théorie inférentielle

Théorie vériconditionnelle de la signification

- contenu d'une assertion = ensemble de ses conditions de vérité
- l'ensemble des conditions à réaliser pour qu'elle soit vraie.
 - Le contenu d'une assertion est donc ici extérieur au langage
 - → un *état de choses* dans le monde

Théorie inférentielle de la signification

- contenu d'une assertion = ensemble de ses justifications (I) et de ses conséquences (II).

Théorie vériconditionnelle vs théorie inférentielle

Théorie vériconditionnelle de la signification

- contenu d'une assertion = ensemble de ses conditions de vérité
- l'ensemble des conditions à réaliser pour qu'elle soit vraie.
 - Le contenu d'une assertion est donc ici extérieur au langage
 - → un *état de choses* dans le monde

Théorie inférentielle de la signification

- contenu d'une assertion = ensemble de ses justifications (I) et de ses conséquences (II).

Théorie vériconditionnelle vs théorie inférentielle

Théorie vériconditionnelle de la signification

- contenu d'une assertion = ensemble de ses conditions de vérité
- l'ensemble des conditions à réaliser pour qu'elle soit vraie.
 - Le contenu d'une assertion est donc ici extérieur au langage
 - → un *état de choses* dans le monde

Théorie inférentielle de la signification

- contenu d'une assertion = ensemble de ses justifications (I) et de ses conséquences (II).
 - Le contenu d'une assertion est donc ici interne au langage.

Théorie vériconditionnelle vs théorie inférentielle

Théorie vériconditionnelle de la signification

- contenu d'une assertion = ensemble de ses conditions de vérité
- l'ensemble des conditions à réaliser pour qu'elle soit vraie.
 - Le contenu d'une assertion est donc ici extérieur au langage
 - → un *état de choses* dans le monde

Théorie inférentielle de la signification

- contenu d'une assertion = ensemble de ses justifications (I) et de ses conséquences (II).
 - Le contenu d'une assertion est donc ici interne au langage.
- La signification des opérations logiques sera donc déterminée

Théorie vériconditionnelle vs théorie inférentielle

Théorie vériconditionnelle de la signification

- contenu d'une assertion = ensemble de ses conditions de vérité
- l'ensemble des conditions à réaliser pour qu'elle soit vraie.
 - Le contenu d'une assertion est donc ici extérieur au langage
 - → un *état de choses* dans le monde

Théorie inférentielle de la signification

- contenu d'une assertion = ensemble de ses justifications (I) et de ses conséquences (II).
 - Le contenu d'une assertion est donc ici interne au langage.
- La signification des opérations logiques sera donc déterminée
 - (I) par leur action sur la vérité des assertions

Théorie vériconditionnelle vs théorie inférentielle

Théorie vériconditionnelle de la signification

- contenu d'une assertion = ensemble de ses conditions de vérité
- l'ensemble des conditions à réaliser pour qu'elle soit vraie.
 - Le contenu d'une assertion est donc ici extérieur au langage
 - → un *état de choses* dans le monde

Théorie inférentielle de la signification

- contenu d'une assertion = ensemble de ses justifications (I) et de ses conséquences (II).
 - Le contenu d'une assertion est donc ici interne au langage.
- La signification des opérations logiques sera donc déterminée
 - (I) par leur action sur la vérité des assertions
 - (II) par leur action sur les relations de conséquence

Le calcul propositionnel : syntaxe

Langage du calcul propositionnel

- symboles de propositions élémentaires : p, q, r, \dots

Le calcul propositionnel : syntaxe

Langage du calcul propositionnel

- symboles de propositions élémentaires : p, q, r, \dots
- symboles logiques, les **connecteurs** :
 - \neg symbole de la négation

Le calcul propositionnel : syntaxe

Langage du calcul propositionnel

- symboles de propositions élémentaires : p, q, r, \dots
- symboles logiques, les **connecteurs** :
 - \neg symbole de la négation
 - \wedge symbole de la conjonction
 - \vee symbole de la disjonction

Le calcul propositionnel : syntaxe

Langage du calcul propositionnel

- symboles de propositions élémentaires : p, q, r, \dots
- symboles logiques, les **connecteurs** :
 - \neg symbole de la négation
 - \wedge symbole de la conjonction
 - \vee symbole de la disjonction
 - \rightarrow symbole de l'implication
 - \leftrightarrow symbole de l'équivalence

Le calcul propositionnel : syntaxe

Langage du calcul propositionnel

- symboles de propositions élémentaires : p, q, r, \dots
- symboles logiques, les **connecteurs** :
 - \neg symbole de la négation
 - \wedge symbole de la conjonction
 - \vee symbole de la disjonction
 - \rightarrow symbole de l'implication
 - \leftrightarrow symbole de l'équivalence
- de parenthèses (,).

Le calcul propositionnel : syntaxe

Langage du calcul propositionnel

- symboles de propositions élémentaires : p, q, r, \dots
- symboles logiques, les **connecteurs** :
 - \neg symbole de la négation
 - \wedge symbole de la conjonction
 - \vee symbole de la disjonction
 - \rightarrow symbole de l'implication
 - \leftrightarrow symbole de l'équivalence
- de parenthèses (,).

Énoncés

Suite de symboles + signification \rightarrow **formules**.

Le calcul propositionnel : syntaxe

Langage du calcul propositionnel

- symboles de propositions élémentaires : p, q, r, \dots
- symboles logiques, les **connecteurs** :
 - \neg symbole de la négation
 - \wedge symbole de la conjonction
 - \vee symbole de la disjonction
 - \rightarrow symbole de l'implication
 - \leftrightarrow symbole de l'équivalence
- de parenthèses (,).

Énoncés

Suite de symboles + signification \rightarrow **formules**.

- $\neg p(\rightarrow qr(\vee$ n'est pas une formule
- \rightarrow pas correct syntaxiquement

Le calcul propositionnel : syntaxe

Langage du calcul propositionnel

- symboles de propositions élémentaires : p, q, r, \dots
- symboles logiques, les **connecteurs** :
 - \neg symbole de la négation
 - \wedge symbole de la conjonction
 - \vee symbole de la disjonction
 - \rightarrow symbole de l'implication
 - \leftrightarrow symbole de l'équivalence
- de parenthèses (,).

Énoncés

Suite de symboles + signification \rightarrow **formules**.

- $\neg p(\rightarrow qr(\vee$ n'est pas une formule
- \rightarrow pas correct syntaxiquement
- $p \wedge q \rightarrow \neg((q \vee r) \leftrightarrow \neg p)$ est une formule



Formules

Définition récursive des formules

Formules

Définition récursive des formules

- 1 les symboles de proposition élémentaires sont des formules
- 2 si φ et ψ sont des formules alors le sont aussi :
- 3 $(\varphi), \neg\varphi, \varphi \wedge \psi$

Formules

Définition récursive des formules

- 1 les symboles de proposition élémentaires sont des formules
- 2 si φ et ψ sont des formules alors le sont aussi :
- 3 $(\varphi), \neg\varphi, \varphi \wedge \psi$
- 4 $\varphi \vee \psi, \varphi \rightarrow \psi$

Formules

Définition récursive des formules

- 1 les symboles de proposition élémentaires sont des formules
- 2 si φ et ψ sont des formules alors le sont aussi :
- 3 $(\varphi), \neg\varphi, \varphi \wedge \psi$
- 4 $\varphi \vee \psi, \varphi \rightarrow \psi$
- 5 $\varphi \leftrightarrow \psi$

Formules

Définition récursive des formules

- 1 les symboles de proposition élémentaires sont des formules
- 2 si φ et ψ sont des formules alors le sont aussi :
- 3 $(\varphi), \neg\varphi, \varphi \wedge \psi$
- 4 $\varphi \vee \psi, \varphi \rightarrow \psi$
- 5 $\varphi \leftrightarrow \psi$

Arbre syntaxique

Une chaîne de caractères est une formule si et seulement si dans son **arbre syntaxique** les symboles de proposition élémentaire occupent toutes les feuilles et les symboles logiques occupent tous les nœuds.

Arbres syntaxiques

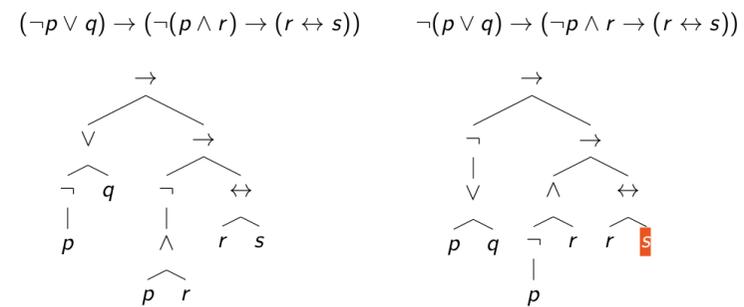


Figure – Chaque nœud est occupé par des symboles logiques, chaque feuille par des symboles de proposition

Signification des constantes logiques

Signification des constantes logiques

La signification des constantes logiques \neg , \wedge , \vee , \rightarrow , \leftrightarrow est donnée par les **tables de vérité** suivantes :

Signification des constantes logiques

La signification des constantes logiques \neg , \wedge , \vee , \rightarrow , \leftrightarrow est donnée par les **tables de vérité** suivantes :

p	$\neg p$
V	F
F	V

Signification des constantes logiques

La signification des constantes logiques \neg , \wedge , \vee , \rightarrow , \leftrightarrow est donnée par les **tables de vérité** suivantes :

p	$\neg p$
V	F
F	V

 et

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	F	V	V	F
F	F	F	F	V	V

Signification des constantes logiques

La signification des constantes logiques \neg , \wedge , \vee , \rightarrow , \leftrightarrow est donnée par les **tables de vérité** suivantes :

p	$\neg p$
V	F
F	V

et

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	F	V	V	F
F	F	F	F	V	V

On peut alors construire la table de vérité d'une formule quelconque.

Signification des constantes logiques

La signification des constantes logiques \neg , \wedge , \vee , \rightarrow , \leftrightarrow est donnée par les **tables de vérité** suivantes :

p	$\neg p$
V	F
F	V

 et

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	F	V	V	F
F	F	F	F	V	V

On peut alors construire la table de vérité d'une formule quelconque.

Soit $\varphi \equiv p \wedge \neg q \rightarrow (p \rightarrow r)$

Signification des constantes logiques

La signification des constantes logiques \neg , \wedge , \vee , \rightarrow , \leftrightarrow est donnée par les **tables de vérité** suivantes :

p	$\neg p$
V	F
F	V

et

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	F	V	V	F
F	F	F	F	V	V

On peut alors construire la table de vérité d'une formule quelconque.

Soit $\varphi \equiv p \wedge \neg q \rightarrow (p \rightarrow r)$

p	q	r	$p \wedge \neg q$	$p \rightarrow r$	φ
V	V	V	F	V	V
V	V	F	F	F	V
V	F	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V
F	V	F	F	V	V
F	F	V	F	V	V
F	F	F	F	V	V

Distributions de valeurs de vérité — Tautologies

Distributions de valeurs de vérité — Tautologies

Définition

L'attribution d'une valeur de vérité à chaque symbole de proposition élémentaire d'une formule φ s'appelle une **distribution de valeurs de vérité**.

Distributions de valeurs de vérité — Tautologies

Définition

L'attribution d'une valeur de vérité à chaque symbole de proposition élémentaire d'une formule φ s'appelle une **distribution de valeurs de vérité**.

Si φ comprend n symboles de propositions élémentaires, il y a 2^n distributions de valeurs de vérité possibles.

Distributions de valeurs de vérité — Tautologies

Définition

L'attribution d'une valeur de vérité à chaque symbole de proposition élémentaire d'une formule φ s'appelle une **distribution de valeurs de vérité**.

Si φ comprend n symboles de propositions élémentaires, il y a 2^n distributions de valeurs de vérité possibles.

Définition

Une formule φ est une **tautologie** si quelle que soit la distribution de valeurs de vérité, sa valeur de vérité est V .

Notation : $\models \varphi$

Distributions de valeurs de vérité — Tautologies

Définition

L'attribution d'une valeur de vérité à chaque symbole de proposition élémentaire d'une formule φ s'appelle une **distribution de valeurs de vérité**.

Si φ comprend n symboles de propositions élémentaires, il y a 2^n distributions de valeurs de vérité possibles.

Définition

Une formule φ est une **tautologie** si quelle que soit la distribution de valeurs de vérité, sa valeur de vérité est V .

Notation : $\models \varphi$

Quelques tautologies :

Distributions de valeurs de vérité — Tautologies

Définition

L'attribution d'une valeur de vérité à chaque symbole de proposition élémentaire d'une formule φ s'appelle une **distribution de valeurs de vérité**.

Si φ comprend n symboles de propositions élémentaires, il y a 2^n distributions de valeurs de vérité possibles.

Définition

Une formule φ est une **tautologie** si quelle que soit la distribution de valeurs de vérité, sa valeur de vérité est V .

Notation : $\models \varphi$

Quelques tautologies :

- $\models A \vee \neg A$ — loi du tiers-exclu

Distributions de valeurs de vérité — Tautologies

Définition

L'attribution d'une valeur de vérité à chaque symbole de proposition élémentaire d'une formule φ s'appelle une **distribution de valeurs de vérité**.

Si φ comprend n symboles de propositions élémentaires, il y a 2^n distributions de valeurs de vérité possibles.

Définition

Une formule φ est une **tautologie** si quelle que soit la distribution de valeurs de vérité, sa valeur de vérité est V .

Notation : $\models \varphi$

Quelques tautologies :

- $\models A \vee \neg A$ — loi du tiers-exclu
- $\models ((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A$ — loi de Pierce

Distributions de valeurs de vérité — Tautologies

Définition

L'attribution d'une valeur de vérité à chaque symbole de proposition élémentaire d'une formule φ s'appelle une **distribution de valeurs de vérité**.

Si φ comprend n symboles de propositions élémentaires, il y a 2^n distributions de valeurs de vérité possibles.

Définition

Une formule φ est une **tautologie** si quelle que soit la distribution de valeurs de vérité, sa valeur de vérité est V .

Notation : $\models \varphi$

Quelques tautologies :

- $\models A \vee \neg A$ — loi du tiers-exclu
- $\models ((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A$ — loi de Pierce
- $\models (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C)$ — transitivité

Booléens

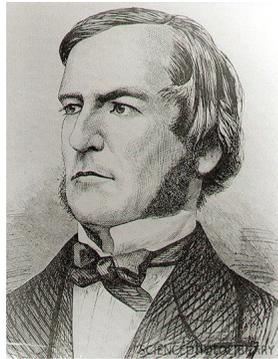


Figure – Georges Boole
(1815-1864)

Booléens

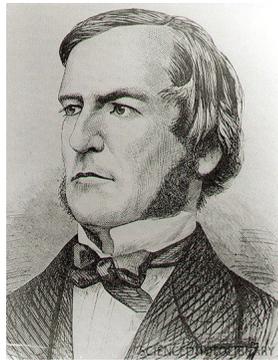


Figure – Georges Boole
(1815-1864)

- Valeurs de vérité : $V \triangleright 1$ et $F \triangleright 0$.

Booléens

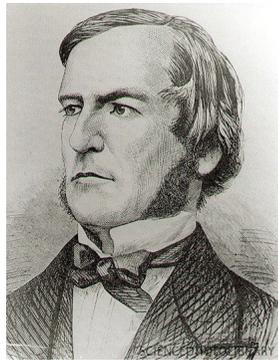


Figure – Georges Boole
(1815-1864)

- Valeurs de vérité : $V \triangleright 1$ et $F \triangleright 0$.
- **Conjonction** \wedge : multiplication
 - $p \wedge q \triangleright p \times q$

Booléens

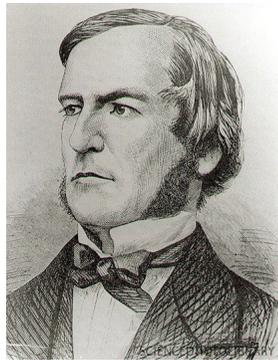


Figure – Georges Boole
(1815-1864)

- Valeurs de vérité : $V \triangleright 1$ et $F \triangleright 0$.
- **Conjonction** \wedge : multiplication
 - $p \wedge q \triangleright p \times q$
- **Disjonction** \vee : maximum,

Booléens

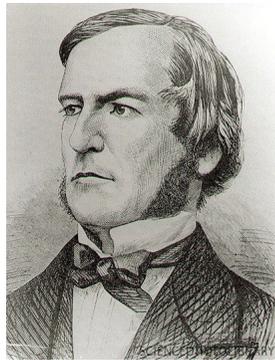


Figure – Georges Boole
(1815-1864)

- Valeurs de vérité : $V \triangleright 1$ et $F \triangleright 0$.
- **Conjonction** \wedge : multiplication
 - $p \wedge q \triangleright p \times q$
- **Disjonction** \vee : maximum,
 - $p \vee q \triangleright \max(p, q)$

Booléens

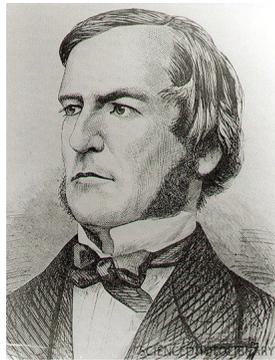


Figure – Georges Boole
(1815-1864)

- Valeurs de vérité : $V \triangleright 1$ et $F \triangleright 0$.
- **Conjonction** \wedge : multiplication
 - $p \wedge q \triangleright p \times q$
- **Disjonction** \vee : maximum,
 - $p \vee q \triangleright \max(p, q)$

Booléens

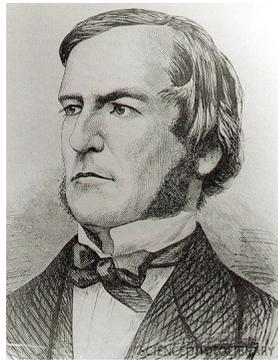


Figure – Georges Boole
(1815-1864)

- Valeurs de vérité : $V \triangleright 1$ et $F \triangleright 0$.
- **Conjonction** \wedge : multiplication
 - $p \wedge q \triangleright p \times q$
- **Disjonction** \vee : maximum,
 - $p \vee q \triangleright \max(p, q)$
- **Négation** : complémentaire,
 - $\neg p \triangleright 1 - p$

Booléens



Figure – Georges Boole
(1815-1864)

- Valeurs de vérité : $V \triangleright 1$ et $F \triangleright 0$.
- **Conjonction** \wedge : multiplication
 - $p \wedge q \triangleright p \times q$
- **Disjonction** \vee : maximum,
 - $p \vee q \triangleright \max(p, q)$
- **Négation** : complémentaire,
 - $\neg p \triangleright 1 - p$
- **Implication** :
 - $p \rightarrow q \triangleright 1 - p(1 - q)$

Equivalence logique — Lois de De Morgan (1806-1871)

Equivalence logique — Lois de De Morgan (1806-1871)

Définition

On dit que deux formules φ et ψ sont **logiquement équivalentes** si la formule $\varphi \leftrightarrow \psi$ est une tautologie.

Notation : $\varphi \sim \psi$.

Equivalence logique — Lois de De Morgan (1806-1871)

Définition

On dit que deux formules φ et ψ sont **logiquement équivalentes** si la formule $\varphi \leftrightarrow \psi$ est une tautologie.

Notation : $\varphi \sim \psi$.

En d'autres termes φ et ψ sont logiquement équivalentes si et seulement si elles ont la même valeur de vérité quelle que soit la distribution de valeurs de vérité.

Equivalence logique — Lois de De Morgan (1806-1871)

Définition

On dit que deux formules φ et ψ sont **logiquement équivalentes** si la formule $\varphi \leftrightarrow \psi$ est une tautologie.

Notation : $\varphi \sim \psi$.

En d'autres termes φ et ψ sont logiquement équivalentes si et seulement si elles ont la même valeur de vérité quelle que soit la distribution de valeurs de vérité.

Lois de De Morgan

Equivalence logique — Lois de De Morgan (1806-1871)

Définition

On dit que deux formules φ et ψ sont **logiquement équivalentes** si la formule $\varphi \leftrightarrow \psi$ est une tautologie.

Notation : $\varphi \sim \psi$.

En d'autres termes φ et ψ sont logiquement équivalentes si et seulement si elles ont la même valeur de vérité quelle que soit la distribution de valeurs de vérité.

Lois de De Morgan

- $\neg\neg A \sim A$

Equivalence logique — Lois de De Morgan (1806-1871)

Définition

On dit que deux formules φ et ψ sont **logiquement équivalentes** si la formule $\varphi \leftrightarrow \psi$ est une tautologie.

Notation : $\varphi \sim \psi$.

En d'autres termes φ et ψ sont logiquement équivalentes si et seulement si elles ont la même valeur de vérité quelle que soit la distribution de valeurs de vérité.

Lois de De Morgan

- $\neg\neg A \sim A$
- $\neg(A \wedge B) \sim \neg A \vee \neg B$

Equivalence logique — Lois de De Morgan (1806-1871)

Définition

On dit que deux formules φ et ψ sont **logiquement équivalentes** si la formule $\varphi \leftrightarrow \psi$ est une tautologie.

Notation : $\varphi \sim \psi$.

En d'autres termes φ et ψ sont logiquement équivalentes si et seulement si elles ont la même valeur de vérité quelle que soit la distribution de valeurs de vérité.

Lois de De Morgan

- $\neg\neg A \sim A$
- $\neg(A \wedge B) \sim \neg A \vee \neg B$
- $\neg(A \vee B) \sim \neg A \wedge \neg B$

Equivalence logique — Lois de De Morgan (1806-1871)

Définition

On dit que deux formules φ et ψ sont **logiquement équivalentes** si la formule $\varphi \leftrightarrow \psi$ est une tautologie.

Notation : $\varphi \sim \psi$.

En d'autres termes φ et ψ sont logiquement équivalentes si et seulement si elles ont la même valeur de vérité quelle que soit la distribution de valeurs de vérité.

Lois de De Morgan

- $\neg\neg A \sim A$
- $\neg(A \wedge B) \sim \neg A \vee \neg B$
- $\neg(A \vee B) \sim \neg A \wedge \neg B$
- $A \rightarrow B \sim \neg A \vee B$

Equivalence logique — Lois de De Morgan (1806-1871)

Définition

On dit que deux formules φ et ψ sont **logiquement équivalentes** si la formule $\varphi \leftrightarrow \psi$ est une tautologie.

Notation : $\varphi \sim \psi$.

En d'autres termes φ et ψ sont logiquement équivalentes si et seulement si elles ont la même valeur de vérité quelle que soit la distribution de valeurs de vérité.

Lois de De Morgan

- $\neg\neg A \sim A$
- $\neg(A \wedge B) \sim \neg A \vee \neg B$
- $\neg(A \vee B) \sim \neg A \wedge \neg B$
- $A \rightarrow B \sim \neg A \vee B$
- $\neg(A \rightarrow B) \sim A \wedge \neg B$

Formalisation

Formalisation

Le langage du calcul propositionnel permet de mettre en évidence la structure logique des propositions exprimées par les assertions en LN

Formalisation

Le langage du calcul propositionnel permet de mettre en évidence la structure logique des propositions exprimées par les assertions en LN

★ Jean et Marie sont étudiants $\equiv p \wedge q$

avec $p \equiv$ "Jean est étudiant" et $q \equiv$ "Marie est étudiante".

Formalisation

Le langage du calcul propositionnel permet de mettre en évidence la structure logique des propositions exprimées par les assertions en LN

★ Jean et Marie sont étudiants $\equiv p \wedge q$

avec $p \equiv$ "Jean est étudiant" et $q \equiv$ "Marie est étudiante".

★ Si Marie va a cinéma, Jean l'accompagne $\equiv p \rightarrow q$

avec $p \equiv$ "Marie va au cinéma" et $q \equiv$ "Jean accompagne Marie".

Formalisation

Le langage du calcul propositionnel permet de mettre en évidence la structure logique des propositions exprimées par les assertions en LN

★ Jean et Marie sont étudiants $\equiv p \wedge q$

avec $p \equiv$ "Jean est étudiant" et $q \equiv$ "Marie est étudiante".

★ Si Marie va a cinéma, Jean l'accompagne $\equiv p \rightarrow q$

avec $p \equiv$ "Marie va au cinéma" et $q \equiv$ "Jean accompagne Marie".

★ Marie n'ira au cinéma que si Jean l'accompagne $\equiv p \rightarrow q$

avec $p \equiv$ "Marie va au cinéma" et $q \equiv$ "Jean accompagne Marie".

Formalisation

Le langage du calcul propositionnel permet de mettre en évidence la structure logique des propositions exprimées par les assertions en LN

★ Jean et Marie sont étudiants $\equiv p \wedge q$

avec $p \equiv$ "Jean est étudiant" et $q \equiv$ "Marie est étudiante".

★ Si Marie va a cinéma, Jean l'accompagne $\equiv p \rightarrow q$

avec $p \equiv$ "Marie va au cinéma" et $q \equiv$ "Jean accompagne Marie".

★ Marie n'ira au cinéma que si Jean l'accompagne $\equiv p \rightarrow q$

avec $p \equiv$ "Marie va au cinéma" et $q \equiv$ "Jean accompagne Marie".

★ Jean et Marie s'adorent $\equiv p \wedge q$

avec $p \equiv$ "Jean adore Marie" et $q \equiv$ "Marie adore Jean".

Formalisation

Le langage du calcul propositionnel permet de mettre en évidence la structure logique des propositions exprimées par les assertions en LN

★ Jean et Marie sont étudiants $\equiv p \wedge q$

avec $p \equiv$ "Jean est étudiant" et $q \equiv$ "Marie est étudiante".

★ Si Marie va a cinéma, Jean l'accompagne $\equiv p \rightarrow q$

avec $p \equiv$ "Marie va au cinéma" et $q \equiv$ "Jean accompagne Marie".

★ Marie n'ira au cinéma que si Jean l'accompagne $\equiv p \rightarrow q$

avec $p \equiv$ "Marie va au cinéma" et $q \equiv$ "Jean accompagne Marie".

★ Jean et Marie s'adorent $\equiv p \wedge q$

avec $p \equiv$ "Jean adore Marie" et $q \equiv$ "Marie adore Jean".

★ Jean et Marie forment le plus beau couple $\equiv p$

il s'agit d'une proposition élémentaire, "et" n'est pas ici une conjonction de coordination entre propositions.

Formalisation

Le langage du calcul propositionnel permet de mettre en évidence la structure logique des propositions exprimées par les assertions en LN

★ Jean et Marie sont étudiants $\equiv p \wedge q$

avec $p \equiv$ "Jean est étudiant" et $q \equiv$ "Marie est étudiante".

★ Si Marie va a cinéma, Jean l'accompagne $\equiv p \rightarrow q$

avec $p \equiv$ "Marie va au cinéma" et $q \equiv$ "Jean accompagne Marie".

★ Marie n'ira au cinéma que si Jean l'accompagne $\equiv p \rightarrow q$

avec $p \equiv$ "Marie va au cinéma" et $q \equiv$ "Jean accompagne Marie".

★ Jean et Marie s'adorent $\equiv p \wedge q$

avec $p \equiv$ "Jean adore Marie" et $q \equiv$ "Marie adore Jean".

★ Jean et Marie forment le plus beau couple $\equiv p$

il s'agit d'une proposition élémentaire, "et" n'est pas ici une conjonction de coordination entre propositions.

★ Si tu veux, il y a de la bière au frigo $\equiv p$

il s'agit d'une proposition élémentaire, "si" n'est pas ici une conjonction de subordination entre propositions.

Conséquence sémantique