Numéro d'étudiant :

Exercices notés de calcul propositionnel (28/11/2023)

Exercice 1 *Parmi les chaînes de caractères suivantes, indiquez celles qui sont une formule du calcul propositionnel en mettant une croix dans la colonne située sur la droite de chacune.*

Ici il s'agissait principalement de vérifier que les parenthèses étaient correctes

$(p \wedge \neg q)) \rightarrow p)$		$(p \vee (\neg q)) \rightarrow (\neg r \leftrightarrow p \wedge \neg q)$	X
$(pq \vee (r \wedge (s \leftrightarrow p))$		$p \rightarrow q \rightarrow r$	X
$\neg\neg(p \vee \neg r) \wedge (\neg q \rightarrow p)$	X	$p \leftrightarrow \neg r \wedge (p \rightarrow \neg q)$	
$(\neg\neg p \vee (s \vee q)) \rightarrow (s \vee (\wedge \neg q)$	X	$(qp \vee (r \wedge (s \leftrightarrow p))$	

Exercice 2 *Établir les tables de vérité des formules suivantes .*

Idéalement on découpe l'expression en sous parties (en tenant compte des parenthèses !!) pour favoriser le raisonnement. Attention, il faut absolument donner le résultat final sinon on ne peut avoir tout les points.

P	Q	$q \wedge \neg p$	$p \wedge (q \wedge \neg p)$
V	V	F	F
V	F	F	F
F	V	V	F
F	F	F	F

(a) Table de vérité de : $p \wedge (q \wedge \neg p)$ Si on résume, il faut que P et NON P soient simultanément vraies, l'expression est donc toujours Fausse

P	Q	R	$\neg q \vee r$	$p \vee (\neg q \vee r)$
V	V	V	V	V
V	V	F	F	V
V	F	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	V	V	V
F	V	F	F	F
F	F	V	V	V
F	F	F	V	V

(b) Table de vérité de : $p \vee (\neg q \vee r)$ Je dois avoir P ou NON Q ou R, il n'y a qu'un cas où cette expression est vraie (à savoir P est fausse ET Q est vraie ET R est Fausse)

P	Q	$\neg p \vee q$	$(\neg p \vee q) \wedge (p)$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	V	F
F	F	V	F

(c) Table de vérité de : $(\neg p \vee q) \wedge (p)$ On voit bien l'intersection ($\wedge$) entre les deux sous parties de la proposition globale

P	Q	R	$p \wedge q$	$p \vee r$	$(p \wedge q) \rightarrow (p \vee r)$
V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V
V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	V
F	V	V	F	V	V
F	V	F	F	**F**	V
F	F	V	F	**V**	V
F	F	F	F	F	V

(d) Table de vérité de : $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee r)$ Quand la premisse (P et Q sont vraies) est vraie alors la résultante P ou R est forcément vraie, l'implication est donc vraie. Dans les autres cas, comme la prémisse est fausse la transition est vraie (= on ne peut pas prouver qu'elle est fausse)

Exercice 3 *Montrer que les formules ci-dessous sont logiquement équivalentes,*

$$A \equiv (p \vee q) \rightarrow (q \wedge r) \text{ } et \text{ } B \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$$

Deux propositions équivalentes ont les mêmes conditions de vérité, ce que nosu pouvons vérifier grâce à la table de vérité suivante (tableau **??***)*

P	Q	R	$p \vee q$	$q \wedge r$	$(p \vee q) \rightarrow (q \wedge r)$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow r$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$
V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	V	F	F
V	F	V	V	F	F	F	V	F
V	F	F	V	F	F	F	V	F
F	V	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F	V	F	F
F	F	V	F	F	V	V	V	V
F	F	F	F	F	V	V	V	V

Table 2: Table de vérités de $A \equiv (p \vee q) \rightarrow (q \wedge r)$ et $B \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$

Exercice 4 *À l'aide de formules logiques ne comportant que des propositions élémentaires représenter la signification des affirmations suivantes :*

NB: on peut tout à fait appeler les propositions autrement que P et Q pour simplifier la lecture

1. *Pierre et Marie sont étudiants.*
   - P = *"Pierre est étudiant"*, M = *"Marie est étudiante"*
   - $P \wedge M$
2. *Pierre et Oleg mangent un Kébab mais pas Marie.*
   - P = *"Pierre mange un kébab"*, O = *"Oleg mange un kébab"*, M=*"Marie mange un kébab"*
   - $P \wedge O \wedge \neg M$
   - *NB: on pouvait sans doute modéliser aussi par les propositions élémentaires* P = *"Pierre et Oleg mangent un kébab" et* M=*"Marie mange un kébab"*
3. *Pierre est venu en RER et en bus.*
   - B = *"Pierre est venu en bus"*, R = *"Pierre est venu en RER"*
   - $B \wedge R$
4. *Gaël reprendra un Kébab ou des Frites*
   - K = *"Gaël reprendra un kébab"*, F = *"Gaël reprendra des frites"*
   - $K \vee F$
5. *Si Stan prend un Kébab, il prend toujours des frites*
   - S = *"Stan prend un kébab"*, F = *"Stan prend des frites"*
   - $S \rightarrow F$
6. *Si tu veux, il y a de la bière au frigo.*
   - *Le "si" ici n'a pas valeur d'implication, on ne peut donc pas exprimer cette phrase par des formules logiques*

Exercice 5 *Au Pays des Jouets, on a encore volé le bonnet de Oui-Oui! Monsieur le Gendarme tient le raisonnement suivant : il est certain que le coupable est l'un des lutins Sournois ou Finaud. Mais si c'est Sournois qui a fait le coup, le chien Zine aurait aboyé, or il s'est tu, donc le coupable est Finaud.*

- *Par la méthode des tables de vérité, prouver que ce raisonnement est correct. (vous pouvez faire la table au dos de la feuille si vous manquez de place*

Voir le cours pour le corrigé de cet exercice